Mathematik-Leistungskurs in der Q1/Q2 (Stand: Juni 2016)

1. Teil: Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Qualifikationsphase 1 – LK	
Thema (Q1 LK UV1 – A1): <i>Modellieren von Sachsituationen mit Hilfe ganzrationaler Funktionen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: ca. 30 UE (45 Minuten)	Thema (Q1 LK UV2 – A2): <i>Von der Änderungsrate zum Bestand – Schlüsselkonzept: Integral</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundverständnis des Integralbegriffs Zeitbedarf: ca. 10 UE (45 Minuten)
Thema (Q1 LK UV3 – A3): <i>Ermittlung von Flächengrößen mit Hilfe der Integralrechnung</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Integralrechnung Zeitbedarf: ca. 15 UE (45 Minuten)	Thema (Q1 LK UV4 – G1): <i>Geraden – Beschreibung und Untersuchung von Bewegungen und Flugbahnen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung von Geraden Zeitbedarf: ca. 10 UE (45 Minuten)

Qualifikationsphase 1 – LK	
Thema (Q1 LK UV5 – G2): <i>Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Skalarprodukt Zeitbedarf: ca. 8 UE (45 Minuten)	Thema (Q1 LK UV6 – G3): <i>Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter-, Koordinaten- und Normalenform</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung von Ebenen Zeitbedarf: ca. 15 UE (45 Minuten)
Thema (Q1 LK UV7 – G4): <i>Untersuchungen an Figuren, Körpern und Bewegungsaufgaben</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Kommunizieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Lagebeziehung und Abstände (von Geraden und Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: ca. 20 UE (45 Minuten)	Thema (Q1 LK UV8 – S1): <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen • Binomialverteilung Zeitbedarf: ca. 12 UE (45 Minuten)

Qualifikationsphase 1 – LK	
Thema (Q1 LK UV 9 – S2): <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen (Analysieren und strukturieren) • Argumentieren und beurteilen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Kenngrößen der Binomialverteilung Zeitbedarf: ca. 8 UE (45 Minuten)	

Gesamtbedarf Q1: 128 UE

Qualifikationsphase 2 – LK	
Thema (Q2 LK UV10 – A4): <i>Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus und Ableitungen)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differentialrechnung Zeitbedarf: ca. 18 UE (45 Minuten)	Thema (Q2 LK UV11 – A5): <i>Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung Zeitbedarf: ca. 30 UE (45 Minuten)
Thema (Q2 LK UV12 – S3): <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Testen von Hypothesen Zeitbedarf: ca. 10 UE (45 Minuten)	Thema (Q2 LK UV13 – S4): <i>Ist die Glocke normal?</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Normalverteilung Zeitbedarf: ca. 10 UE (45 Minuten)

Qualifikationsphase 2 – LK	
Thema (Q2 LK UV14 – S5): <i>Von Übergängen und Prozessen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Stochastische Prozesse Zeitbedarf: ca. 12 UE (45 Minuten)	Thema (Q2 LK UV15 – G5): <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben / Wiederholungen</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Verknüpfung aller Kompetenzen • Wiederholungen Zeitbedarf: ca. 10 UE (45 Minuten)

Gesamtbedarf Q2: 90 UE

2. Teil: Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben

Modellieren von Sachsituationen mit Hilfe ganzrationaler Funktionen (Q1 LK UV1 - A1)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben (Steckbriefaufgaben) • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation • wählen heuristische Hilfsmittel aus, um die Situation zu erfassen und nutzen heuristische Strategien und Prinzipien zur Lösung • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein • berücksichtigen einschränkende Bedingungen • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • arbeiten bei der Lösung von Problemen im Team und präsentieren Ergebnisse • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang • nehmen zu mathemathikhaltigen, auch fehlerbehafteten Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität
Absprachen und Bemerkungen: – Zum Einstieg sollen wesentliche Inhalte aus der Einführungsphase (UV2-A2, UV3-A3) wiederholt und vertieft werden. – Der GTR sollte zur Ermittlung des Krümmungsverhaltens eines Graphen zum Einsatz kommen.	

Von der Änderungsrate zum Bestand – Schlüsselkonzept: Integral (Q1 LK UV2 - A2)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe • deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines prädeutischen Grenzwertbegriffs • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion	Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) • nutzen mathematische Verfahren zur Problemlösung • setzen reflektiert Werkzeuge (z.B. Formelsammlung) zur Unterstützung von Lösungswegen ein Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigenen Lösungswege • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen • dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie
Absprachen und Bemerkungen: – Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (z.B. Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).	

Ermittlung von Flächengrößen mit Hilfe der Integralrechnung (Q1 LK UV3 - A3)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch und mit Hilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mit Hilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise • überprüfen, inwieweit Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können Werkzeuge <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraphen und Abszisse sowie zum Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals
Absprachen und Bemerkungen: – In diesem Zusammenhang soll der Mittelwert einer Änderung an unterschiedlichen Beispielen thematisiert werden. – Der GTR unterstützt die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.	

**Geraden – Beschreibung und Untersuchung von Bewegungen und Flugbahnen
(Q1 LK UV4 - G1)**

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen Geraden in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...]	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden und Darstellungen von Objekten im Raum
Absprachen und Bemerkungen: – Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.	

Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q1 LK UV5 - G2)	
<i>Inhaltsbezogene Kompetenzen</i>	<i>Prozessbezogene Kompetenzen</i>
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...]	<i>Problemlösen</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme • analysieren und strukturieren die Problemsituation • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten
<u>Absprachen und Bemerkungen:</u> – Anknüpfend an das Thema Eph-G1 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben (z. B. Nachweis von Viereckstypen) an.	

Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter-, Koordinaten- und Normalenform

(Q1 LK UV6 - G3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen
<u>Absprachen und Bemerkungen:</u> – LGS sollen per Hand (Gauß-Algorithmus) und mit dem Taschenrechner gelöst werden. – Zur Abstandsbestimmung kann die Hessesche Normalform herangezogen werden. – Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen.	

Untersuchungen an Figuren, Körpern und Bewegungsaufgaben (Q1 LK UV7 - G4)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen(Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme • analysieren und strukturieren die Problemsituation • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen - Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen
<u>Absprachen und Bemerkungen:</u> - Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. - Abstände von Punkten zu Geraden (Q1-LK-G2) und zu Ebenen (Q1-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen.	

Treffer oder nicht? - Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q1 LK UV8 - S1)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum... - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten - bei binomialverteilten Zufallsgrößen Erstellen der Histogramme von - Binomialverteilungen
Absprachen und Bemerkungen: - Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung motiviert. - Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an. - Erwartungswerte und Standardabweichungen sollen besonders bei Binomialverteilung bestimmt werden. - Das Deuten von Histogrammen (z.B. bei kumulierten Binomialverteilungen) soll einen Schwerpunkt bilden. - Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.	

Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q1 LK UV9 - S2)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • benutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen	Problemlösen Die Schülerinnen und Schüler • analysieren und strukturieren die Problemsituation • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen • erkennen Muster und Beziehungen • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) • interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung Werkzeuge nutzen Die Schülerinnen und Schüler • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum - Variieren der Parameter von Binomialverteilungen - Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen - Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
Absprachen und Bemerkungen: - Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR. - Anhand gezielter Veränderungen der Verteilung sollen die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert werden. - Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden, z.B. mit Hilfe einer Tabellenkalkulation: Bei festem n und p wird für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$. - Das Konzept der σ-Umgebungen sollte durch experimentelle Daten abgeleitet werden.	

Exponentialfunktion (natürlicher Logarithmus und Ableitungen) (Q2 LK UV10 - A4)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • bilden die Ableitungen für: - natürliche Exponentialfunktion - natürliche Logarithmusfunktion • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion	Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien • nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow \frac{1}{x}$ Werkzeuge <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen Präsentationsmedien (Tafel, Folie, Plakat, digitale Präsentation) • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen
Absprachen und Bemerkungen: – Der GTR sollte bei der Beschreibung der Eigenschaften von Exponentialfunktionen zum Einsatz kommen. – Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.	

Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q2 LK UV11 - A5)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erarbeiten weitere Ableitungsregeln (Produkt- und Kettenregel) auch von Wurzelfunktionen • bilden die Ableitungen von Exponentialfunktion mit beliebiger Basis • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt und Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten	Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung • nutzen ausgewählte Routineverfahren zur Lösung • setzen reflektiert Werkzeuge zur Unterstützung von Lösungswegen ein Werkzeuge <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen Präsentationsmedien (Tafel, Folie, Plakat, digitale Präsentation) • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen
<u>Absprachen und Bemerkungen:</u> – Zum Darstellen von Graphen sollte der GTR herangezogen werden.	

Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q2 LK UV12 - S3)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei
Absprachen und Bemerkungen: – Die Logik eines Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden.	

Ist die Glocke normal? (Q2 LK UV13 - S4)	
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen Muster und Beziehungen • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum - Generieren von Zufallszahlen - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen - Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen - nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden, Berechnen und Darstellen • reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge
Absprachen und Bemerkungen: - Der Einstieg kann über die Untersuchung von Summenverteilungen z.B. mit Hilfe einer Tabellenkalkulation erfolgen. - Anhand von konkreten Beispielen (z.B. Schulleistungstests) sollte die Notwendigkeit einer Normierung verdeutlicht werden. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang. - Die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung sollte als Vertiefung der Integralrechnung hergeleitet werden.	

Von Übergängen und Prozessen (Q2 LK UV14 - S5)	
<i>Inhaltsbezogene Kompetenzen</i>	<i>Prozessbezogene Kompetenzen</i>
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • beherrschen die grundlegenden Rechenoperationen mit Matrizen (Addition, Subtraktion, skalare Multiplikation, Multiplikation mit einem Vektor, Multiplikation mit einer Matrix) • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)	<i>Modellieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation <i>Argumentieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können
<u>Absprachen und Bemerkungen:</u> – Das Rechnen mit Matrizen sollte anhand einfacher Beispiele eingeübt werden. – Das Berechnen von Grenzmatrizen erfolgt mit Hilfe des Taschenrechners. – Bei der Matrizenrechnung ist eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen denkbar. – Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt. – Falls genügend Zeit vorhanden sein sollte, können auch andere Anwendungen von Matrizen (z.B. Populationsmatrizen, Produktionsmatrizen) thematisiert werden.	

Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben / Wiederholungen

(Q2 LK UV15 – G5)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen Geraden in Parameterform dar • stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) • stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum • bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern • variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung
Absprachen und Bemerkungen: – Es sollte auf komplexe und alte Abituraufgaben zurückgegriffen werden.	